

LAHENDUSED 8. KLASS

1. Vastus: Kannu jääb 200 ml vett.

Lahendus:

Olgu esimese klaasi mahutavus x ml ja teise klaasi oma y ml.

Seega kannutäis vett on nii $x + x + 100$ ml kui ka $y + y + 300$ ml.

Saame võrduse $x + x + 100 = y + y + 300$, millest $x = y + 100$.

Mis tähendab, et esimene klaas on teisest 100 ml võrra suurem.

Et kannutäis oli $2y + 300$ ml, siis kallates sealt mõlemad klaasid täis jääb sinna

$2y + 300 - (y + 100) - y = 2y + 300 - 2y - 100 = 200$ ml vett.

Hindamine:

Avaldatud kannu maht mõlema klaasi mahu kaudu 3p

Leitud, et esimene klaas on teisest 100 ml võrra suurem 2p

Leitud kannu jääva vee kogus 2p
7p

Märkus: Kui on antud ainult vaid õige vastus õige ühikuga, anda 2p.

2. Vastus: Arv d on $1\frac{1}{99}$ korda väiksem arvust e .

Lahendus:

Et arv b on 25% suurem arvust a , siis $b = 1,25a$.

Et arv c on 20% suurem arvust b , siis $c = 1,2b = 1,2 \cdot 1,25a$.

Et arv d on 10% suurem arvust c , siis $d = 1,1c = 1,1 \cdot 1,2 \cdot 1,25a$.

Teadu on, et $a = 0,6e$.

Seega saame, et $d = 1,1 \cdot 1,2 \cdot 1,25a = 1,1 \cdot 1,2 \cdot 1,25 \cdot 0,6e = 0,99e$.

See aga tähendab, et d on arvust e $1:0,99 = 1\frac{1}{99}$ korda väiksem.

Hindamine:

Leitud võrdus arvude a ja b vahel	1p
Leitud võrdus arvude a ja c vahel	1p
Leitud võrdus arvude a ja d vahel	1p
Leitud võrdus arvude a ja e vahel	1p
Leitud võrdus arvude d ja e vahel	1p
Leitud mitu korda on arv e väiksem arvust d	<u>2p</u>
	7p

Märkus: Antud vaid õige vastus: 2p

3. Vastus: Arv N saab olla 9 ja 10.

Lahendus:

Iga 8 järjestikuse naturaalarvu seas on täpselt üks arv, mis jagub arvuga 8.

Vaatleme kaheksat järjestikust naturaalarvu alates mingist arvuga 8 jaguvast arvust ning paneme kirja nende jäägid, mis tekivad jagamisel arvuga 8:

$8k, 8k + 1, 8k + 2, 8k + 3, 8k + 4, 8k + 5, 8k + 6$ ja $8k + 7$.

Tekkivate jääkide summa on $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$.

Et jääkide summa oleks 35, tuleb neile juurde lisada arv või arvud, millede jääkide summa on 7. Selleks on vaid võimalused, kui lisame arvu või järjestikuseid arve, mis annavad jäägid 7 või 7 ja 0 või 3 ja 4.

Saame vaadelda järjestikuseid arve:

- 1) $8(k - 1) + 7, 8k, 8k + 1, 8k + 2, 8k + 3, 8k + 4, 8k + 5, 8k + 6$ ja $8k + 7$.
- 2) $8(k - 1) + 7, 8k, 8k + 1, 8k + 2, 8k + 3, 8k + 4, 8k + 5, 8k + 6, 8k + 7$ ja $8(k + 1)$
- 3) $8k + 3, 8k + 4, 8k + 5, 8k + 6, 8k + 7, 8(k + 1), 8(k + 1) + 1, 8(k + 1) + 2, 8(k + 1) + 3, 8(k + 1) + 4$.

Esimesel juhul on reas 9 arvu ja kahel viimasel 10 arvu.

Hindamine:

Tähelepanek, millega võrdub kaheksa järjestikuse positiivse naturaalarvu jagamisel arvuga 8 tekkivate jääkide summa 3p

Välja toodud kolm võimalikku varianti, milliseid arve saab neile kaheksale järjestikusele naturaalarvule lisada. 2p

Näidatud need võimalused ning et N on siis kas 9 või 10. 2p
7p

Märkus: Antud vaid õige vastus, kus leitud arvu N mõlemad väärtused: 2p

Kui lisaks on näidatud, et 9 ja 10 järjestikust saab olla, anda koos vastusega kokku 3p.

4. Vastus: Pindalade erinevus on 75 cm².

Lahendus:

Paneme tähele, et joonisel on kaks musta veerandringi ja kaks halli veerandringi. Nende pindalad on võrdsed ja seega mustade ja hallide osade kogupindalade erinevus on sama, mis halli ja musta ala pindalade erinevus keskele moodustuvas ruudus.

Keskele moodustuva ruudu külje pikkus on võrdne veerandringjoonte raadiustega ehk 5 cm.

Ruudus oleva ühe halli osa pindala saame, kui ruudu pindalast lahutame veerandringi pindala.

$$5^2 - \frac{\pi \cdot 5^2}{4} = \frac{100 - 25\pi}{4} \text{ cm}^2.$$

Seega kahe halli osa pindalade summa on moodustuvas ruudus $2 \cdot \frac{100 - 25\pi}{4} \text{ cm}^2 = \frac{100 - 25\pi}{2} \text{ cm}^2$.

Musta osa pindala saame, kui ruudust lahutame hallide osade pindala.

$$\text{Musta osa pindala on } 5^2 \text{ cm}^2 - \frac{100 - 25\pi}{2} \text{ cm}^2 = \frac{50 - 100 + 25\pi}{2} \text{ cm}^2 = \frac{25\pi - 50}{2} \text{ cm}^2.$$

Seega mustade ja hallide osade kogupindalade erinevus on $\frac{100 - 25\pi}{2} \text{ cm}^2 - \frac{25\pi - 50}{2} \text{ cm}^2 = \frac{100 - 25\pi - 25\pi + 50}{2} \text{ cm}^2 = \frac{150}{2} \text{ cm}^2 = 75 \text{ cm}^2$.

Hindamine:

Tähelepanek, et küsitud erinevuse jaoks on vaja leida pindalade erinevus, keskele moodustuvas ruudus (Kui seda ei ole, siis leitud kahe halli ja kahe musta veerandringi pindalad) 1p

Leitud keskel ruudus ühe halli osa pindala 2p

Leitud keskel ruudus hallide osade kogupindala 1p

Leitud keskel ruudus musta osa pindala 2p

Leitud hallide osade ja musta osa pindalade erinevus 1p

7p

Märkus: Antud vaid õige vastus (koos õige pindalaühikuga): 2p

5. Vastus: Alles jääb 44 musta ja 44 valget nuppu.

Lahendus:

Olgu nuppudest moodustatava ruudu külje pikkus n nuppu.

Kui n on paarisarv, siis seal on musti ja valgeid nuppe võrdselt, kumbagi $\frac{n^2}{2}$.

Kui n on paaritu, siis kuna ülemine vasakpoolne nupp on must, on ruudus musti nuppe 1 võrra rohkem kui valgeid.

Kuna üldse on 2024 nuppu, siis otsime suurimat naturaalarvu n , mille korral $n \cdot n \leq 2024$.

Arvu n leidmiseks kasutame arvu 2024 algteguriteks lahutust.

Et $2024 = 2 \cdot 1012 = 2 \cdot 2 \cdot 506 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 253 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 23$, siis näeme, et

$2024 = 44 \cdot 46$. Siit saame, et n suurim võimalik väärtus saab olla 44.

Seega suurim ruut, mida saab moodustada on mõõtmetega 44×44 , milles on 1936 nuppu, milledest pooled on valged ja pooled mustad.

Seega musti ja valgeid on seal kumbagi $1936 : 2 = 968$.

Kuna algul on kumbagi värve nuppe $2024 : 2 = 1012$, siis alles jääb kumbagi värvi nuppe $1012 - 968 = 44$.

Hindamine:

Märgatud, et tekkivas ruudus on musti ja valgeid võrdselt või musti ühe võrra rohkem	1p
Leitud nuppude arv ruudu küljel	3p
Leitud mitu valget ja musta algul on	1p
Leitud mitu kumbagi värvi nuppe alles jääb.	<u>2p</u>
	7p

Märkus: Antud vastuseks vaid alles jäävate mustade ja valgete nuppude õige arv: 2p